生態系の二次遷移と階層構造(コメント)(集団生物学の理論的研究,研究会報告)

奥田, 賢三

K. Kawasaki and T. Nagai, Physica A (in press)
3) H. Ikeda, Kyoto New T. O. P. 会議報告 (J. Phys. Soc. Japan, Supplement)

生態系の二次遷移と階層構造（コメント）

大阪工大　奥　田　賢　三

ある地域で植生が自然に移り変わっていく生態遷移のうち，基質中にすでに根系や種子が含まれている二次遷移を考える。例えば，ヤシャブシ，クロマツ，タブなどの種子が用意されている裸地から，まずヤシャブシ低木林ができ，光の競争の結果，続いてクロマツ林に変わり，さらに耐陰性の強いタブ林に落ちつくという現象である。

この二次遷移の簡単な数理モデルとして，次の Lotka-Volterra 型の力学系を試みた。

$$\frac{dx}{dt}=x(1-x-q_{12}y-q_{13}z)\equiv f(x,\ y,\ z),$$

$$\frac{dy}{dt}=p_2y(1-q_{21}x-y-q_{23}z)\equiv p_2g(x,\ y,\ z),$$

$$\frac{dz}{dt}=p_3z(1-q_{31}x-q_{32}y-z)\equiv p_3h(x,\ y,\ z).$$

ここで，x はヤシャブシ，y はクロマツ，z はタブの現存量を表わす。ただし，それぞれ，1種だけの場合の安定値に対する比に規格化されている。光に関する競争はパラメータ q_{ij} でとりいれてある。

最初に $p_3 \ll p_2 \ll 1$ の場合を考えよう。位相空間 R^3 内で，任意の初期値 $(x_0,\ y_0,\ z_0)$ から出発した状態点は i) まず，y，z の値をほぼ一定に保ったまま x が変化し，$f=0$ を満たす曲面 S_0^2 に近づき，ii) 次に，曲面 S_0^2 に沿って z の値をほぼ一定に保ったまま x，y が変化し，$f=g=0$ を満たす曲線 S_0^1 に近づき，iii) 最後に，この曲線に沿って，$f=g=h=0$ を満たす安定特異点 S_0^0 へと近づく。この場合，位相空間内に，明確な階層構造 $R^3\rightarrow S_0^2\rightarrow S_0^1\rightarrow S_0^0$ が存在する。

さて，必ずしも $p_3 \ll p_2 \ll 1$ に限らない一般的な場合にはどうなるのであろうか？ $q_{12}=q_{13}=q_{23}=2$，$q_{21}=q_{31}=q_{32}=0.3$ とし，$(p_2,\ p_3)=(0.2,\ 0.04)$，$(0.5,\ 0.3)$，$(1,\ 1)$ の場合について，シミュレーションを行なった。図1に結果の例 ($p_2=0.5$，$p_3=0.3$) を示す ($X(t)$，

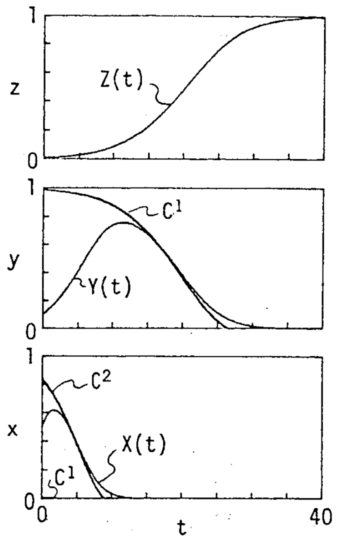

図　1

$Y(t)$, $Z(t)$)。ヤシャブシ林からクロマツ林，そしてタブ林へと移行していくのがわかる。種々の初期値から出発したシミュレーションの結果は，$p_3 \ll p_2 \ll 1$の場合と同様，位相空間内に階層構造$R^3 \supset S^2$(面)$\supset S^1$(線)$\supset S^0$(点)が存在することを示唆した。すなわち，どの初期点から出発しても，状態点は，まずS^2に近づき，それに沿ってS^1に，さらにS^1に沿って最終状態である点S^0に近づくようにみえる。

位相空間内に次の Inflector[1] C^2, C^1, C^0を定義しよう。${}^t\boldsymbol{x} \equiv (x, y, z)$, ${}^t\boldsymbol{F} \equiv (f, p_2 g, p_3 h)$, $A \equiv \partial \boldsymbol{F}/\partial \boldsymbol{x}$とする(^{t}は転置を意味する)。$A$の固有値を$\lambda_i$ ($i=1, 2, 3$)として，C^jを

$$C^0 = \{ \boldsymbol{x} \mid \boldsymbol{F} = 0 \},$$

$$C^1 = \{ \boldsymbol{x} \mid (A - \lambda_i I)\boldsymbol{F} = 0,\ i = 1, 2 \text{ or } 3 \},$$

$$C^2 = \{ \boldsymbol{x} \mid (A - \lambda_i I)(A - \lambda_j I)\boldsymbol{F} = 0,\ i, j = 1, 2 \text{ or } 3,\ i \neq j \}$$

で定義する。C^jは代数方程式で表わせる。

このとき，上述のS^2, S^1, S^0はそれぞれC^2, C^1, C^0の一部分で近似できることがわかった。C^2を$x = u(y, z)$, C^1を$x = v(z)$, $y = w(z)$として，図1にC^2: $x = u(Y(t), Z(t))$, C^1: $x = v(Z(t))$, $y = w(Z(t))$が示されている。

参考文献

1) M. Okuda, Prog. Theor. Phys. **68** (1982), 1827.

拡散方程式系における空間的一様周期解の不安定化について

京大・数理研　　森　田　善　久

§1) n種の生物が，ランダムな移動をしながら相互作用を及ぼし合う現象を表現するモデルとして，次のような拡散方程式のシステムを取り上げよう。